

NOSTANDART TENGLAMALARNI YECHISHDA HOSILADAN

FOYDALANISH

Bektoshev Quvondar Xakimovich

Toshkent amaliy fanlar universiteti katta o'qituvchisi

E-mail: kuvan.bektoshev.73@mail.ru

Nurullayeva Nargiza Axmat qizi

Toshkent amaliy fanlar universiteti talabasi

Annotatsiya: Ushbu maqolada ba'zi nostandart tenglamalarni yechishda funksiya hosilasidan foydalanish usuli bayon etilgan.

Kalit so'zlar: tenglama, tenglamalar sistemasi, ildiz, yechim, tenglamaning aniqlanish sohasi, funksiyaning aniqlanish sohasi, qiymatlar to'plami, hosila, o'sish, kamayish.

Annotation: This article describes the method of using the derivative of a function in solving some non-standard equations.

Keywords: equation, system of equations, roots, solution, domain of the equation, domain of the function, set of values, derivative, growth, decrease.

Hosiladan foydalanib nostandart tenglamalarni yechish, shuningdek, differensial hisobning asosiy teoremlaridan keng foydalanish mumkin.

Nostandart tenglama $f(x) = 0$ ko'rinishda berilgan bo'lsin. Umuman, har qanday ko'rinishdagi tenglamalarni ham $f(x) = 0$ ko'rinishga keltirish mumkin.

$f(x) = 0$ ko'rinishdagi tenglamani yechish uchun $y = f(x)$ funksiyaning qiymatlari to'plamini aniqlash lozim bo'ladi. Buni bir nechta misollarda ko'rib chiqamiz.

Asosiy qism:

1-misol. $x^5 + x^3 - \sqrt{1-3x} + 4 = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. $f(x) = x^5 + x^3 - \sqrt{1-3x} + 4$ funksiyani qaraymiz. Bu funksiya $(-\infty; \frac{1}{3}]$ orliqda aniqlangan va uzluksiz. $f(x)$ funksiya $(-\infty; \frac{1}{3})$ da chekli hosilaga ega.

$$f'(x) = 5x^4 + 3x^2 + \frac{3}{2\sqrt{1-3x}}, x \in (-\infty; \frac{1}{3})$$

Ravshanki, ixtiyoriy $x \in (-\infty; \frac{1}{3})$ uchun $f'(x) > 0$. Shuning uchun $(-\infty; \frac{1}{3}]$ da $f(x)$ funksiya o'suvchi. Ravshanki, u o'zining har bir qiymatiga aniq bitta nuqtada erishadi. Demak, berilgan tenglama bittadan ortiq ildizga ega emas. Ko'rinadiki, $x = -1$ berilgan tenglamaning ildizi bo'ladi.

Javob: $x = -1$.

2-misol. $2^{|x|} - \cos x = 0$ tenglamani yeching.

Yechish. $f(x) = 2^{|x|}$ va $g(x) = \cos x$ funksiyalarni qaraymiz.

Ravshanki, $f(x) = 2^{|x|}$ funksiya $(-\infty; +\infty)$ da aniqlangan, uzluksiz va $x = 0$ nuqtada o'zining eng kichik qiymatiga erishadi: $f(0) = 1$.

$g(x) = \cos x$ funksiya ham $(-\infty; +\infty)$ oraliqda aniqlangan, va uzluksiz bo'lib, $-1 \leq g(x) \leq 1$ ekanligi aniq. $x = 0$ da $g(0) = 1$ ekanligini e'tiborga olsak, $2^{|x|} - \cos x = 0$ tenglama yagona $x = 0$ ildizga ega ekanligini ko'rishimiz mumkin.

Javob: $x = 0$

3-misol. $3 \cdot 2^{x+2} - 7x = 17$ tenglamani yeching.

Yechish. E'tibor bersak, $x = -2$ va $x = 1$ tenglamaning ildizlari bo'ladi. Tenglamaning bundan boshqa ildizlari bor-yo'qligini tekshirib ko'ramiz.

$f(x) = 3 \cdot 2^{x+2} - 7x - 17$ funksiyani qaraymiz. $f'(x) = 3 \cdot 2^{x+2} \ln 2 - 7$ bo'lib, $f'(x) = 0$ tenglama yagona ildizga ega. Bundan ko'rinadiki, $f(x) = 0$ tenglama, ya'ni $3 \cdot 2^{x+2} - 7x = 17$ tenglama ikkitadan ortiq ildizga ega emas.

Javob: $x_1 = -2$ va $x_2 = 1$

Ayrim hollarda $f(x) = 0$ tenglamani $g(x) = \varphi(x)$ ko'rinishga keltirib yechish ancha qulay bo'lishi mumkin.

4-misol. $x^2 + 2x + 3 = (x^2 + x + 1)(x^4 + x^2 + 4)$ tenglamani yeching.

Yechish. Tenglama $(-\infty; +\infty)$ oraliqda aniqlangan. Ixtiyoriy $x \in (-\infty; +\infty)$ uchun $x^2 + x + 1 > 0$ ekanligini hisobga olsak, tenglamani quyidagi ko'rinishda yozish mumkin:

$$\frac{x^2 + 2x + 3}{x^2 + x + 1} = x^4 + x^2 + 4$$

yoki

$$\frac{x + 2}{x^2 + x + 1} = x^4 + x^2 + 3$$

$f(x) = x^4 + x^2 + 3$ funksiyaning eng kichik qiymati $f(0) = 3$ ga teng.

$g(x) = \frac{x + 2}{x^2 + x + 1}$ funksiyaning $(-\infty; -2)$ oraliqdagi qiymati manfiy,

$(-2; +\infty)$ oraliqda esa $g(x)$ funksiya musbat. Demak, $g(x)$ funksiya o'zining eng katta qiymatiga $(-2; +\infty)$ oraliqda erishadi. $g(x)$ funksiya $(-\infty; +\infty)$ da hosilaga ega.

$$g'(x) = -\frac{x^2 + 4x + 1}{(x^2 + x + 1)^2}$$

$x_1 = -2 + \sqrt{3}$ va $x_2 = -2 - \sqrt{3}$ nuqtalarda $g'(x) = 0$ bo'ladi. $(-2 + \sqrt{3}; +\infty)$ oraliqda $g'(x) < 0$ va $(-2; -2 + \sqrt{3})$ oraliqda $g'(x) > 0$ bo'ladi. $g(x)$ funksiya uzluksiz bo'lgani uchun $[-2 + \sqrt{3}; +\infty)$ da kamayadi, $[-2; -2 + \sqrt{3}]$ oraliqda

o'sadi. Ravshanki, $x = -2 + \sqrt{3}$ nuqtada $g(x)$ funksiya eng katta qiymat qabul

qiladi: $g(-2 + \sqrt{3}) = \frac{2\sqrt{3} + 3}{3} < 3$ ixtiyoriy x uchun

$f(x) \geq 3 > \frac{2\sqrt{3} + 3}{3} \geq g(x)$ ya'ni $f(x) > g(x)$ bo'lib, tenglama yechimga ega

emas. Javob: $\emptyset$

5-misol. $\sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x} = 2$ tenglamani yeching.

Yechish. Tenglama $[2;4]$ kesmada aniqlangan. $[2;4]$ kesmada uzluksiz bo'lgan $f(x) = \sqrt[4]{x-2} + \sqrt[4]{4-x}$ funksiyaning qaraymiz. $f(x)$ funksiyaning $(2;4)$ intervalda hosilasi mavjud.

$$f'(x) = \frac{1}{4}(x-2)^{-\frac{3}{4}} - \frac{1}{4}(4-x)^{-\frac{3}{4}}.$$

$f'(x)$ faqat $x = 3$ da nolga teng: $f'(3) = 0$. $f(x)$ funksiya aniqlangan $[2;4]$ kesmada uzluksiz, shuning uchun eng katta va eng kichik qiymatlari $f(2)$, $f(3)$, $f(4)$ sonlari orasida bo'ladi.

$f(3) = 2$, $f(2) = f(4) = \sqrt[4]{2} < 2$ bo'lgani uchun $f(x)$ ning eng katta qiymati $f(3) = 2$ bo'ladi. Ravshanki, tenglama yagona $x = 3$ ildizga ega.

Javob: $x = 3$.

6-misol. $x^2 - x + 2 = 2\sqrt[4]{2x-1}$ tenglamani yeching.

Yechish. Tenglamani

$$x^2 - 2x + 2 = 2\sqrt[4]{2x-1} - x$$

ko'rinishda yozib olamiz. Bu tenglamaning ildizlari $f(x) = x^2 - 2x + 2$ va $g(x) = 2\sqrt[4]{2x-1} - x$ funksiyalarning kesishish yoki urinish nuqtalari abssissalaridan iborat. Bu funksiyalar grafiklarining joylashishga ko'ra ularning ekstremum nuqtalarini topamiz.

$f(x) = x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ funksiya $x=1$ nuqtada o'zining eng kichik qiymati $f(1) = 1$ ga erishadi.

$g(x) = 2\sqrt[4]{2x-1} - x$ funksiya $x \geq \frac{1}{2}$ da aniqlangan va

$$g'(x) = \frac{1 - (2x-1)^{\frac{3}{4}}}{(2x-1)^{\frac{3}{4}}}, x > \frac{1}{2}$$

bo'lib, $\frac{1}{2} < x < 1$ da $g'(x) > 0$, $x = 1$ da $g'(1) = 0$, $x > 1$ da $g'(x) < 0$ ba

$y = g(x)$ funksiya $[\frac{1}{2}; +\infty)$ da uzluksiz bo'lgani uchun $g(x)$ funksiya $[1; +\infty)$

oraliqda kamayuvchi. Demak, $f(x)$ funksiya $x=1$ nuqtada o'zining eng kichik qiymati, $g(x)$ funksiya $x=1$ nuqtada o'zining eng katta qiymati $g(1) = 1$ ga yerishadi.

Bundan ko'rinadiki, ixtiyoriy $x \in [\frac{1}{2}; +\infty)$ uchun $\begin{cases} x^2 - 2x + 2 \geq 1 \\ 2\sqrt[4]{2x-1} - x \leq 1 \end{cases}$ va $x=1$ da

$$f(1) = g(1) = 1.$$

Shunday qilib, berilgan tenglamaning ildizi $x=1$.

Xulosa: Yuqoridagi misollarda tenglamani yechish uchun funksiya hosilasidan foydalanish ko'rsatilgan. Buning uchun berilgan tenglamani hamma hadlarini tenglikning bir tomoniga o'tkazib funksiya tuzib olish kerak va hosiladan foydalanib bu funksiyaning eng katta yoki eng kichik qiymatlarini topish kerak. Ba'zi hollarda tenglikni ikki qismida ikkita funksiya tuzib ularning qiymatlarini solishtirish orqali tenglamani yechish mumkin.

Adabiyotlar ro'yxati:

- 1) Algebra va analiz asoslari. Akademik litseylar uchun darslik. A.U.Abdusamidov, H.A.Nasimov, U.M.Nosirov, J.H.Husanov H.A.Nasimovning umumiy tahriri ostida]; O'zbekiston Respublikasi Oliy va

o`rta maxsus ta`lim vazirligi, O`rta maxsus kasb-hunar ta`limi markazi. 8-nashr.-
T.: "O`qituvchi" NMIU, 2009. Q.I. -400b.

- 2) Azlarov. T., Mansurov. X., Matematik analiz. T.: «O`zbekiston». 1,2 qism: 1994.-416b.
- 3) Олехник С.Н., Потапов М.К. Нестандартные методы решения уравнений и неравенств. М.:МГУ, 1991,-144с.
- 4) Вавилов В.В. и др. Задачи по математике. Начала анализа.- М.:Наука. 1990.,-608с.
- 5) Гальперин И.М, Габович И.Г «Использование векторного неравенства Коши-Буняковского для решения задач по алгебре»// Математика в школе №2 1991г
- 6) Генкин Г.З. Геометрические решения негеометрических задач. М. Просвещение. 2007.-79с.
- 7) Супрун В.П. Математика для старшеклассников. Нестандартные методы решения задач. – М. Книжный дом «Либриком». 2009.-272с.
- 8) Тургунбаев Р.М. Кошназаров Р. Математик анализнинг баъзи элементар математика масалаларини ечишга татбиқи. Т.ТДПУ. 2008
- 9) Kostrikin A.I. Introduction to Algebra. – Berlin: Springer-Verlag, 1982.
- 10) Шрейдер Ю.А. Дискриминант и его применения. – М.: Наука, 1970.
- 11) Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математике. – М.: Наука, 1995.
- 12) Zariski O., Samuel P. Commutative Algebra. Vol. 1. – New York: Springer, 1975.
- 13) Eisenbud D. Commutative Algebra with a View Toward Algebraic Geometry. – New York: Springer, 1995.
- 14) Sylvester J.R. Determinants and Matrices. – Cambridge: Cambridge University Press, 1996.
- 15) А. Г. Курош. Курс высшей алгебры. Москва.1968.

- 16) Каримов А., Қодиров И. Алгебра ва анализ асослари. – Т.: Ўқитувчи, 2017.
- 17) Хусанов Б.А. Олий математика. 1-қисм. – Т.: Фан ва технология, 2015.
- 18) Gelfand I.M., Shen A. Algebra. – Boston: Birkhäuser, 2003.